

Dificultades en el aprendizaje del concepto de área y resolución de problemas

Difficulties in learning the concept of area and problem solvin

^a. Ivana Fernanda Urbano-Urbano ^b. Neyer Farley Gaviria-Garcés ^{c*}. Raúl Prada-Núñez

 a. Maestría en Educación Matemática en Formación, uivanafer@gmail.com, Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Colombia.

 b. Maestría en Educación Matemática en Formación, gneyerg@gmail.com, Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Colombia

 c. Magíster en Educación Matemática, raulprada@ufps.edu.co, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Recibido: Mayo 22 de 2021 **Aceptado:** Agosto 27 de 2021

Forma de citar: I.F. Urbano-Urbano, N.F. Gaviria-Garcés, R. Prada-Núñez, Dificultades en el aprendizaje del concepto de área y resolución de problemas", *Mundo Fesc*, vol 11, no. S6 pp. 138-155, 2021.

Resumen

La investigación de las dificultades de aprendizaje y métodos de enseñanza del concepto de área se ha incrementado en las últimas décadas, sin embargo, dada la complejidad del concepto son aún incipientes los avances de su estudio. Este artículo presenta en primer lugar, una exploración de los antecedentes acerca del proceso de resolución de problemas concernientes al pensamiento espacial, específicamente al concepto de área. De forma complementaria, se reportan los resultados de la prueba piloto de conocimientos aplicada a seis estudiantes de una Institución Educativa de índole privado ubicada en la ciudad de Cali. Se identificaron cuatro tendencias de investigación asociadas al enfoque de resolución de problemas a saber: Estudiantes y sus prácticas, Docentes y sus prácticas, Currículo y Materiales. En cuanto a los resultados de la prueba de conocimiento, se determinó las principales dificultades que presentan los estudiantes frente al concepto de área de figuras plana.

Palabras clave: Área de figuras planas, resolución de problemas, dificultades, enseñanza, aprendizaje.

Autor para correspondencia:

*Correo electrónico: raulprada@ufps.edu.co



Abstract

Research on the learning difficulties and teaching methods of the concept of area has increased in recent decades, however, given the complexity of the concept, advances in its study are still incipient. This article first presents a background exploration of the process of solving problems concerning spatial thinking, specifically the concept of area. In a complementary way, the results of the pilot test of knowledge applied to six students of a private educational institution located in the city of Cali are reported. Four research trends associated with the problem-solving approach were identified, namely: Students and their practices, Teachers and their practices, Curriculum and Materials. With regard to the results of the knowledge test, the main difficulties that students have with the concept of the area of plane figures were determined

Keywords: Area of plane figures, problem solving, problem solving, difficulties, teaching, learning.

Introducción

Del currículo escolar en Colombia, los saberes matemáticos son esenciales en el proceso formativo de los estudiantes (Mineducación) [1], reconociendo que su aporte a las diferentes disciplinas la hacen necesaria e imprescindible para el desarrollo integral de todo ciudadano. Sin embargo, su estudio genera muchas dificultades de aprendizaje en los estudiantes debido a factores de tipo cognitivo, emocional, sociocultural, entre otros. Dado que las matemáticas son empleadas en varias disciplinas, se precisa su aprendizaje y por ello existen numerosas investigaciones que intentan conocer las causas y proponer soluciones para mitigar las dificultades; no obstante, dada la amplitud del problema, se han generado diversas tendencias de investigación en la literatura especializada, y una de ellas se ha enfocado en indagar acerca de la cualidad de objetos geométricos llamada área o superficie de figuras planas.

Así, es preciso iniciar conociendo la definición de área, sin embargo, para llegar a una definición lo más general posible, tuvo que darse un cambio epistemológico a lo largo de unos veinticinco siglos, en el que se pueden identificar tres etapas:

a) La escuela pitagórica, época en donde no conocían una regla general con la cual determinar el área de diversas figuras

planas, y, por ende, usaban métodos para lograr una aproximación en casos específicos.

b) La etapa relativa sistematizada por Euclides, la cual marcó la enseñanza de la geometría, evidencia de esto es que por más de dos milenios se usó el libro de los Elementos o adaptaciones escolares del texto para enseñar geometría en las culturas que conocieron esta obra, por ejemplo, en “Colombia, la traducción de la versión de Legendre (1866) fue el texto obligatorio en el siglo XIX y muchos estudiaron en el siglo XX con el texto de Bruño (1921)”. [2]

c) La etapa de la medida abstracta de Lebesgue, quien define los conceptos previos al tema tales como curva plana, punto múltiple, región y dominio, y explica que el asunto se resuelve al asociar a una región del dominio un número positivo llamado área, y concluye que el problema del área es posible para regiones cuya frontera tiene medida superficial nula y que se corresponden con conjuntos de puntos en el plano que tienen una sola dimensión, en palabras de Euclides, objetos que tienen longitud pero no anchura, como los segmentos, las líneas no cerradas o los conjuntos discretos de puntos.

Lo anterior evidencia que el concepto de área no se ha definido de forma concreta, sino que por el contrario se han dado acercamientos que se han ido modificando para intentar dar una definición lo más

acertada posible. Para objeto de esta investigación se adopta la postura de [3], quien considera que la superficie se refiere a la forma de una figura que está encerrada por límites y el área es la medida de dicha superficie encerrada, acercándose de este modo al intento realizado por Euclides al estudiar este concepto.

Por tal motivo, se podría suponer que es fácil comprender la Geometría o en términos de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas, el pensamiento espacial, y dentro de sus conceptos, específicamente el de área de figuras planas, dada su estrecha relación con las medidas de muchos objetos que nos rodean. Ahora bien, un sinnúmero de investigaciones como las de [4]-[6], revelan que los estudiantes tienen numerosas dificultades al resolver problemas o situaciones problema concernientes al área de una figura plana. Por un lado, [4] señala que las actividades que se proponen al estudiante, tienen el papel de enfrentar a este con sus conocimientos previos para encontrar una solución, y es aquí donde se puede evidenciar la primera dificultad para los estudiantes, debido a su falta de conocimientos que le impiden entender la finalidad del problema, identificar elementos o interpretarlo correctamente. Por otro lado, [5] mencionan que:

Es común que en los procesos de enseñanza y aprendizaje el acceso a un objeto matemático se realice vía una de sus representaciones, por ejemplo, la fórmula de base por altura para el área, generando dificultades si no se toma conciencia o no se hace explícita la diferencia entre el objeto y la representación mediante la cual se accede a él, pues es posible que el objeto sea confundido con una representación específica de éste. (p. 1019)

Continuando con [5], para que un estudiante comprenda el concepto de área es un requisito fundamental la articulación

coherente de diversos registros semióticos de representación (geométrico, numérico y algebraico); en general, [7] ratifican lo anterior al mencionar que “la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas”, [7, p. 36]. En concordancia con lo anterior, se observa que al enseñar geometría se da por hecho que los estudiantes ya tienen adquirida dicha capacidad, y se apresura la enseñanza del área de figuras planas, lo cual ocasiona graves dificultades de aprendizaje [8]. Por su parte, [6] exponen dos tipos de dificultades comunes en los niños:

La realización de actividades de comparación de áreas tiene como fin que los alumnos discriminen entre el tamaño (área) y la forma, la longitud y otras dimensiones. Un rectángulo muy alargado y estrecho puede tener menos área que un triángulo con lados más pequeños. Esto resulta particularmente difícil para los niños pequeños, como también que el área se conserve cuando las diversas partes de una figura plana se recomponen para formar otra figura diferente. (p. 676)

Por consiguiente, este obstáculo deja ver que las dificultades alrededor del concepto de área y su respectiva comprensión vienen desde el inicio del proceso de escolaridad y dan pie para repensar en la forma en que se enseñan los conceptos del pensamiento espacial desde los primeros años y hacer reformas para evitar que estas dificultades crezcan o se conserven.

En un sentido similar, [9] en su trabajo pedagógico de investigación alrededor de los conceptos de perímetros y áreas en el plano XY, concluye que los escolares logran determinar un valor aproximado del área de una figura enmarcada en una cuadrícula, pero si se les cambia la forma de la figura tienden a pensar que también cambia su área. Así mismo, [6] registra en su investigación

que cuando se compara de manera directa dos áreas se debe a que las formas tienen dimensiones o características comunes, y en este caso, se deja de comparar áreas para comparar longitudes. Esta forma de calcular el área es lo que la literatura especializada reconoce como medida directa o asignación numérica directa y como es indicado por los autores, el hecho de que logren realizar el cálculo de área bajo esta técnica, no significa que entiendan el concepto.

Desde otra perspectiva, es creciente el número de investigaciones que abordan el problema en cuestión, enmarcándolo en identificar los obstáculos que exhiben los escolares al solucionar problemas relacionados con el concepto de área, principalmente [10] aclara que:

Los estudiantes tienen ciertas dificultades ya que se les complica realizar las representaciones externas de las imágenes mentales adquiridas luego de leer los ejercicios. Algunos estudiantes intentan realizar cálculos mentales sin ningún registro de representación, aunque la mayoría realiza un dibujo según su interpretación. (p. 88)

Para un conocedor en el campo de las matemáticas es intuitivo reconocer que el concepto de área se relaciona con el entorno, sin embargo, los estudiantes no logran involucrar este concepto con objetos tangibles y cercanos a ellos [11], por tanto, es necesario fortalecer en el proceso de enseñanza la articulación coherente de diversos registros semióticos de representación para lograr un aprendizaje significativo y que logren resolver los ejercicios propuestos aplicando el cambio de registro oportuno.

También hay estudios que se centran en indagar si son necesarios los conceptos previos, es el caso de [12] afirman que “resolver un problema depende de quien se

enfrente a él, ya que, dependiendo de los conocimientos del resolutor, la tarea puede o no resultarle desafiante, matemáticamente rica, o exigirle procesos de razonamiento” (p. 42). Además, otros estudios recalcan la importancia de introducir en la enseñanza aquellos problemas matemáticos que tienen relación con el contexto del estudiante, por ejemplo, [13] señalan que al usar situaciones cotidianas de la vida del estudiante propicia el pensamiento lógico en la práctica matemática. En un sentido similar, [14] resaltan la aparente desconexión entre el trabajo matemático escolar y su cotidianidad lo que dificulta la construcción de respuestas coherentes con la realidad. Por otra parte, [15] afirman para disminuir la ansiedad de los escolares al resolver situaciones en contexto, se pueden apoyar en el trabajo colaborativo en el que se generan espacios de reflexión sobre los métodos empleados.

Además de las dificultades ya expuestas, que pueden ser causadas por las prácticas docentes o falta de presaberes de los estudiantes, también algunos problemas crean dificultad por sí solos pues requieren de más conocimientos para resolverlos, es el caso de la aplicación del álgebra para resolver problemas geométricos, tal y como lo relata [16] “si se da el área de un rectángulo, y la cantidad en que la longitud supera al ancho, entonces el área cumple una ecuación cuadrática y aplicarían herramientas algebraicas para resolverla” (p. 7), este tipo de problemas geométricos, corresponde al concepto de área y se consideran de mayor dificultad, pues va más allá de la simple aplicación de fórmulas, requieren conocimientos de otras ramas de las matemáticas para resolverlos y de la aplicación de un conjunto de habilidades y destrezas que no siempre todos los estudiantes desarrollan. En este mismo sentido, [17] discurren que un error común es entender el concepto de área como un número, y por ello los estudiantes reducen

la resolución de un problema sólo a calcular dicho número.

De acuerdo con los aspectos desarrollados, se logra inferir que, los obstáculos en el proceso de aprendizaje de este concepto tienen que ver con factores cognitivos, pedagógicos y de contexto. Lo señalado hace pensar que no todos los procesos de enseñanza son eficaces para la totalidad de los casos, puesto que existen diversidad de ritmos de aprendizaje y en esto recae el interés de esta investigación, enfocarse en validar un método de enseñanza mediante la resolución de problemas de áreas en dos dimensiones. Sin embargo, antes de realizar una investigación sobre las dificultades que se tienen en la enseñanza de este tema es necesario explicar un poco sus avances a través de la historia, dado que el concepto de área no es sencillo de abordar, puesto que desde la antigüedad ha sido foco de discusión e investigación. Grandes matemáticos han contribuido en su desarrollo, sin alcanzar una definición formal generalizada.

Ahora bien, centrando la atención en la actualidad, especialmente lo que refiere a la pregunta sobre los métodos de enseñanza del área, es menester señalar que en los primeros años de formación en básica primaria algunos profesores omiten la enseñanza de conceptos geométricos, dejándolo sólo en grado quinto su abordaje [1], esperando que al final de este grado los estudiantes puedan reconocer diversas figuras geométricas, clasificarlas por medio de sus características, es decir, en la escuela primaria la enseñanza de la geometría se reduce simplemente a una formación meramente teórica de cálculo de parámetros, pero que dista de la solución de situaciones en contexto de aplicación geométrica [16].

Luego, se identificaron varias líneas de investigación que han centrado su interés en la enseñanza del área de figuras en el plano

XY. Frente a la primera línea de investigación denominada Enseñanza basada en los Modos de Pensamiento, [18] resaltan la necesidad de abordar este tema desde las formas de pensar planteados por [19], porque el docente podrá guiar al estudiante en la interacción con estas maneras de razonamiento, sin priorizar unas sobre otras. Al respecto, [18] concluyen qué:

los procesos de enseñanza y aprendizaje, deben estar basados en actividades que permitan y motiven el tránsito de los estudiantes por los diferentes Modos de Pensamiento – AA, SG y AE –. Esto rompe los paradigmas de la educación memorística y tradicional, además de dar paso a la comprensión de un objeto matemático, siendo abordado desde las diferentes formas de pensar. (p. 33)

Con lo anterior, los autores recomiendan incluir actividades didácticas interesantes o cercanas al estudiante para favorecer la generación de conocimiento y una mejor comprensión del objeto o proceso matemático desde los diferentes Modos de Pensamiento. En el mismo sentido, [17] concluyeron en su estudio, que empezar la enseñanza del área desde lo simple e ir aumentando la dificultad paulatinamente, beneficia el proceso de aprendizaje de este concepto.

Lo concerniente a la línea de investigación denominada Uso de materiales didáctico/lúdicos, se destacan los trabajos de [17], [20]. [17] resaltan el uso de Cabri II plus como un buen complemento para mitigar las dificultades del lenguaje matemático, análisis de expresiones algebraicas y facilitar la comprensión de este concepto. Los autores también sugieren que la enseñanza del área se debe realizar de manera progresiva, iniciando con la construcción de figuras geométricas para reconocer sus propiedades, luego continuar con la solución de situaciones en contexto real, seguido de

situaciones en las que intervengan figuras de diferentes formas y posiciones aumentando su dificultad paulatinamente, y finalizar con actividades que requieran la aplicación algorítmica y aritmética de procesos.

Por su parte, [20] diseñó una propuesta de enseñanza para este concepto basada en la aplicación de dos tipos de material (virtual y concreto) en la resolución de situaciones en contexto e identificó la importancia de dejar de centrar toda la atención en los libros de texto y complementar la enseñanza con materiales didácticos (innovadores, manipulativos, lúdicos, de contexto), así como también involucrar más a los estudiantes para que compartan sus experiencias frente a la construcción de conocimiento propio, evitando un aprendizaje fugaz que olviden fácilmente.

Ahora bien, el interés de esta investigación recae en evaluar la efectividad de la enseñanza de área de figuras planas basada en la resolución de problemas, en este sentido, autores como [21], [22] ratifican su importancia. El primero señala que la enseñanza a través de la resolución de problemas se considera una enseñanza efectiva y el segundo afirma que promocionar el diálogo durante la clase sobre las estrategias de solución aplicadas al resolver problemas motiva a los participantes en la identificación de las formas de pensar y los recursos que utilizan.

Los reportes de este apartado dejan ver que existe un interés en la comunidad educativa por contribuir al mejoramiento de la práctica pedagógica alrededor del concepto de área en figuras planas, asimismo, se identifica en los últimos años, las tendencias de investigación se han centrado en recalcar el uso de metodologías innovadoras, materiales didácticos y el reconocimiento de formas y ritmos de aprendizaje.

Materiales y métodosxxx

Este proceso de investigación pedagógica se enmarca dentro del enfoque cuantitativo tal como lo reseñan [23] puesto que “en la investigación cuantitativa, generalmente se piensa en un proceso lineal, pues estas etapas se cumplirían en su orden determinado” (p. 9), por lo que para garantizar la consecución de los objetivos trazados se ha propuesto un procesos sistemático en dónde una proporciona los insumos para la siguiente: en la fase de planificación se identificó el problema, sus variables influyentes para trazar unos objetivos, se diseñaron los respectivos instrumentos para la recolección de los datos; posteriormente se avanzó al trabajo de campo del cual se obtuvieron los datos que fueron procesados en la tercera fase. Una vez se ha obtenido la información del procesamiento de los datos, se procede a la construcción de este documento, el cual permite dar a conocer los avances del proceso investigativo.

Con lo anterior se ratifica lo afirmado por [24] quien asegura que el proceso de investigación como actividad humana pretende hallar las respuestas que den solución a los problemas por medio de la aplicación de un proceso metódico y sistemático.

En cuanto al nivel de la investigación, [24] afirma que “El nivel de investigación se refiere al grado de profundidad con que se aborda un fenómeno” (p. 23), razón por la cual se asegura que esta investigación se ajusta a las características de nivel de investigación descriptiva, puesto que se pretende caracterizar el proceso de resolución de problemas matemáticos asociados con el concepto de áreas en figuras planas.

Citando a [24] el diseño de la investigación es “la estrategia general que adopta el investigador para responder al problema planteado” (p. 27). Por lo que el diseño

podría ser documental, de campo y experimental. Para dar cumplimiento a los objetivos perseguidos en esta indagación, en este artículo se reportan los resultados derivados de dos fases: a) revisión de antecedentes para su respectiva clasificación, razón por la cual se consultaron diversas bases de datos afines al campo de la Educación Matemática, por lo que en esta fase se recurrió a un diseño documental debido a la consulta de fuentes secundarias de información; b) posteriormente y a partir de la indagación se diseñó una versión preliminar del test de conocimiento en la que se consideraron las dificultades más recurrentemente referidas asociadas con el tema, para ser aplicada a un grupo de estudiantes como prueba piloto, luego bajo esta intención, el diseño es de campo, dado que los datos han sido recolectados de la fuente primaria.

En cuanto a la población objeto de interés corresponde a los estudiantes de grado noveno de la Educación Básica Secundaria. Dado que se reportan resultados de la prueba piloto, se contó con la selección intencional por parte de los investigadores de un grupo de 6 estudiantes de una institución privada con domicilio en la ciudad de Cali matriculados en el curso perseguido.

Una vez se recolectaron los datos, estos fueron organizados por medio de tablas de frecuencia con las que se esperaba aportar a la caracterización de los objetivos perseguidos.

Resultados y Discusión

A continuación, se presentan los resultados obtenidos del desarrollo de las fases de la investigación asociadas con la revisión de antecedentes y los resultados de la prueba piloto del cuestionario de conocimiento que surgió del arqueo de antecedentes.

Revisión de Antecedentes. Para la selección de los trabajos a considerar en la escritura del presente apartado se realizó una búsqueda en la literatura especializada en Google académico, el cual a su vez direccionó a la publicación de trabajos en diversas bases de datos de naturaleza libre o gratuita dentro de las que se destacan Scielo, Redalyc y Dialnet; teniendo en cuenta que la habilidad matemática y el objeto matemático de interés son la resolución de problemas y el área de figuras planas, respectivamente.

El proceso anterior permitió detectar diferentes artículos de interés, los cuales fueron clasificados en cuatro tendencias de investigación: estudiantes y sus prácticas de resolución, docentes y sus prácticas, currículo y materiales. En las tablas que se presentan a continuación se ubican los artículos considerados en la tendencia de investigación correspondiente y su respectivo aporte a la investigación.

Categoría 1. Estudiantes y sus prácticas de resolución de problemas: en esta categoría de análisis se consideraron aquellas investigaciones en las que la fuente de información fueron los estudiantes independientemente de su nivel de escolaridad, sólo que fueran afines en cuanto a la habilidad y el objeto matemático. A partir de lo mencionado en la tabla I, se podría resaltar que la resolución de problemas fortalece la relación entre las matemáticas y el mundo real, logrando así reducir los niveles de ansiedad de los estudiantes y ayudándole a comprender los conceptos matemáticos. Se hace especial énfasis en que los problemas matemáticos demandan más actividad cognitiva por lo que promueven la adquisición de más

habilidades matemáticas.

Tabla I. Investigaciones asociadas con la categoría de Estudiantes

Referencia	Aspecto relevante de aporte
[25]	Concluyen que existen diferentes tipos de problemas matemáticos, entendidos como aquellas actividades cuya resolución no es algorítmica. Además, indican que a pesar de que la resolución de un problema demanda del estudiante un mayor esfuerzo cognitivo y actitudinal, resulta ser más motivador para ellos.
[26]	Se considera que un estudiante aprende mucho por intuición, pero es necesario enseñarle a argumentar sus percepciones para lograr un aprendizaje efectivo y duradero, a partir del estudio de situaciones conocidas por él.
[27]	Se identifican dos momentos durante resolución de problemas geométricos: primero, el proceso de razonamiento que el estudiante desarrolla hasta encontrar la solución del problema, y el segundo momento es la comunicación de la resolución del problema mediante un discurso escrito compuesto por afirmaciones.
[28]	Se muestra la eficacia de un método de entrenamiento para resolución de problemas matemáticos basado en el uso de ejemplos resueltos con elementos visuales. Resalta que las estrategias utilizadas para resolver problemas permiten identificar la habilidad para entenderlo, sus competencias en la aplicación de algoritmos de solución y su capacidad en la construcción de esquemas mentales.
[29]	Afirman que en el proceso de enseñanza en la resolución de problemas bajo un enfoque integrador en el que interactúan los conceptos y procesos matemáticos se garantiza el éxito en la construcción de conocimientos del estudiante. Asimismo, mencionan que un estudiante que primero lee y analiza el problema propuesto, para luego emplear diferentes procesos cognitivos para darle solución, se considera un experto en solución de problemas.
[30]	Se describe que existen diferentes perfiles de resolución de problemas dada la complejidad de este proceso, de esta forma se establece que un estudiante no experto en resolución de problemas lee superficialmente el problema sin supervisar el proceso, mientras que un experto posee más habilidades que le permiten hacer una representación mental del problema y resolverlo satisfactoriamente.
[31]	Los datos recopilados dejan ver que buena parte de los estudiantes no encuentran relación entre las matemáticas escolares y el mundo real, y por ello al solucionar un problema matemático sus respuestas no son acordes a la realidad.
[32]	Se señala que los estudiantes sienten ansiedad al aprender matemáticas y muestra que la enseñanza basada en el enfoque de resolución de problemas y el debate de las estrategias propias de los estudiantes, disminuye los niveles de ansiedad de estos.

Categoría 2. Docentes y sus prácticas pedagógicas: en esta categoría de análisis fueron los docentes y su práctica pedagógica el centro de interés de los trabajos reportados, teniendo en cuenta los aportes alusivos a su actuar pedagógico frente a la promoción del enfoque de planteamiento y resolución de problemas en el aula de clase.

Tabla II. Investigaciones asociadas con la categoría Docentes

Referencia	Aspecto relevante de aporte
[33]	Si bien las matemáticas están presentes en muchos aspectos de la vida cotidiana, se deben encontrar haciendo uso de métodos y procedimientos en la formación del estudiante. Es precisamente ahí, en donde el docente juega un papel importante, dado que es quien debe acompañar al estudiante en el proceso para que consiga el objetivo planteado, teniendo en cuenta que la comprensión por parte del estudiante no será inmediata, puesto que la apropiación de conceptos matemáticos no es tan simple; por el contrario, se debe llevar a cabo un proceso de acompañamiento con un adecuado enfoque didáctico para que el acto pedagógico sea trascendente.
[22]	Resaltan que algunos obstáculos matemáticos presentes en los estudiantes radican en la poca confianza que se tienen en el área; lo anterior se refleja en una ansiedad constante y en un bloqueo que les impide rendir adecuadamente. Según los autores, unas de las prácticas recomendadas para superar estas dificultades es la resolución de problemas. Adicionalmente, afirman que esta práctica es adecuada para motivar a los estudiantes a reconocer sus procesos de pensamiento y justificar el uso de herramientas matemáticas. Es preciso apuntar que los docentes pueden ver mejores resultados en el rendimiento de sus estudiantes en matemáticas al usar una estrategia adecuada; por lo tanto, se erradica así la llamada ansiedad matemática.
[34]	Exponen que, las creencias y concepciones de los docentes son aspectos para considerar al momento de abordar la solución de problemas matemáticos. De este modo, los docentes deben estar comprometidos a incluir la resolución de problemas en el currículo, concibiéndola como una parte integral del aprendizaje y ser estratégicos en la elección de las actividades a proponer en el aula de clase y en el discurso a usar para transmitir ese compromiso a los estudiantes. Además, los autores recalcan que es tarea del docente involucrar a los estudiantes en diferentes actividades de resolución de problemas en donde ellos prueben diferentes estrategias de solución y las argumenten matemáticamente.
[35]	La investigación muestra en sus antecedentes tres tipos de enfoques: la enseñanza para, sobre y a través de la resolución de problemas. Según los autores, el tercer enfoque conlleva a una enseñanza efectiva que promueve la resolución de diferentes situaciones problema por parte de los estudiantes. Además, recalcan la importancia de mirar este actuar pedagógico como medio para un fin específico, como habilidad matemática, pero también como un arte, dado que demanda del estudiante el uso creativo del pensamiento matemático.
[21]	Resaltan que algunos docentes están conscientes de las ventajas que representa la aplicación del componente de resolución de problemas, sin embargo, no los aplican y las razones recaen, por parte de ellos, en el mismo contexto. Una de las razones por las cuales los docentes dicen no poder alcanzar completamente una enseñanza efectiva de resolución de problemas matemáticos, es la presión por parte del sistema educativo, que demanda de buenos resultados en pruebas estandarizadas.
[36]	Reconocen que a pesar que las matemáticas en sí promueven el razonamiento y el pensamiento lógico, esto no garantiza la capacidad de resolución de problemas en donde se exige imaginación o creatividad, aspectos que deberían incluirse en el currículo escolar. Sin embargo, los estudiantes se han acostumbrado a repetir algoritmos y una de las razones es que el sistema educativo exige buenos resultados en pruebas externas, lo cual implica que los docentes promuevan la resolución mecánica de problemas para abarcar una gran cantidad de contenido.

Los resultados de estas investigaciones dejan ver que una metodología de enseñanza basada en la resolución de problemas genera buenos resultados, sin embargo, no se aborda ampliamente en las aulas de clase debido a factores como la presión de abarcar muchos contenidos para rendir en pruebas externas o las creencias de docentes que aún se apegan a la enseñanza tradicional. Los autores también recalcan la dificultad de la movilización del enfoque en cuestión, por lo tanto, se presentan casos de docentes que son conscientes de las ventajas que acarrea su aplicación, pero aun así no las incorporan en su proceso pedagógico. Son estas unas de las razones por las cuales los estudiantes siguen fortaleciendo la resolución algorítmica de ejercicios, pero dejando de lado la aplicabilidad de las matemáticas en un contexto real.

Categoría 3. Currículo: en esta categoría de análisis se tienen en cuenta los aportes de autores que han investigado acerca de la presencia del enfoque de planteamiento y resolución de problemas en el currículo de diferentes países.

Tabla III. Investigaciones asociadas con el Currículo

Referencia	Aspecto relevante de aporte
[1]	La formulación, el tratamiento y la resolución de problemas fortalecen habilidades matemáticas en el estudiante y proporciona mejores resultados que la resolución de ejercicios de rutina que exigen únicamente procesos algorítmicos. Tal es la importancia de este enfoque que, según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, podría ser el eje central para la organización del currículo de matemáticas de educación básica en Colombia; en adición, se afirma que es un proceso que no debe estar aislado, sino por el contrario, estar siempre presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
[37]	Las matemáticas deben estar en estrecha relación con el contexto para así aprovechar los saberes previos de los estudiantes, de lo contrario, se excluye las formas de razonar y de hacer que tienen diferentes culturas. Además, un proceso de enseñanza-aprendizaje desligado del contexto conlleva a una pérdida de identidad cultural, por lo cual la autora afirma que el currículo necesita contextualizar las matemáticas.
[38]	La resolución de problemas es presentada en el currículo de Australia, Reino Unido, Estados Unidos y Singapur desde diversas perspectivas, en donde se resalta aquella que la concibe como una habilidad que a su vez es el medio o para lograr objetivos más amplios. Sin embargo, aunque este enfoque es uno de los primordiales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, igualmente es uno de los más evadidos, aun sabiendo que el objetivo final de las matemáticas es formar personas capaces de investigar, de identificar la aplicabilidad del área y de resolver situaciones problema.
[39]	Esta investigación compara los currículos de seis países: Finlandia, Singapur, España, Estados Unidos, Chile y Argentina. Los resultados muestran que la inserción de la resolución de problemas en el currículo no garantiza buenos resultados en pruebas externas, dado que países con resultados bajos tienen una buena adaptación de este enfoque en su currículo de educación básica y media. Según lo anterior, concluyen que más allá de estar este tema en el currículo, se debe tener en cuenta su implementación por parte de los docentes, pues es ahí donde radica la dificultad.
[40]	El currículo español recalca la importancia de la implementación del enfoque de planteamiento y resolución de problemas, puesto que es uno de los principales aportes de las matemáticas al trabajo autónomo del estudiante. Es más, hace énfasis en el hecho de que la resolución de problemas es una de las principales habilidades matemáticas que el estudiante debe fortalecer y usar a lo largo de su vida. En adición, el currículo español menciona que "la resolución de problemas tiene, al menos, tres vertientes complementarias asociadas al desarrollo de esta competencia: la planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados" (BOPV, 2007, p. 363).
[36]	Reconocen que a pesar que las matemáticas en sí promueven el razonamiento y el pensamiento lógico, esto no garantiza la capacidad de resolución de problemas en donde se exige imaginación o creatividad, aspectos que deberían incluirse en el currículo escolar. Sin embargo, los estudiantes se han acostumbrado a repetir algoritmos y una de las razones es que el sistema educativo exige buenos resultados en pruebas externas, lo cual implica que los docentes promuevan la resolución mecánica de problemas para abarcar una gran cantidad de contenido.

Las anteriores investigaciones muestran cómo se presenta la solución de problemas en el currículo en diferentes países. Una de las principales preocupaciones es si tiene el lugar adecuado dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, que según los autores más que un tiempo y lugar dedicado a la resolución de problemas, lo que se debe promover es que esté siempre dentro de los temas matemáticos a desarrollar. Además, otro de los aspectos de interés, es indagar si se tiene en cuenta la inclusión de la diversidad de las regiones al trazar los lineamientos, esto se puede lograr al enseñar matemáticas por medio de la resolución de problemas propios de las regiones.

Categoría 4. Materiales: comprenden los estudios que indagan acerca del papel que juegan los materiales didácticos en la enseñanza de las matemáticas o la necesidad de incluirlos en

la práctica del docente.

Tabla IV. Investigaciones asociadas con la categoría Materiales

Referencia	Aspecto relevante de aporte
[41]	Concluyen en su estudio que para superar las dificultades que implica la resolución de problemas, es importante promover las auto estrategias de aprendizaje que poseen los estudiantes, tales como la búsqueda de ayuda, tener un lugar adecuado para estudiar y la disposición de tiempo.
[42]	El autor señala que la evolución tecnológica permite extender ampliamente las posibilidades de representación y de cálculo de las matemáticas favoreciendo la capacidad de visualización. Asimismo, plantea la necesidad de introducir la visualización en las argumentaciones de los estudiantes, lo cual se puede lograr incorporando representaciones visuales para realizar la justificación, introduciendo elementos visuales como partes esenciales de las pruebas que se proponen a los estudiantes y también la realización de demostraciones visuales.
[43]	Presentan una metodología diseñada y evaluada para mejorar la construcción de ítems que promuevan la comprensión de situaciones matemáticas en contexto en la Enseñanza Primaria. Concluye que los estudiantes presentan mayores dificultades para comprender problemas matemáticos cuando la información del problema es presentada de forma implícita.
[44]	Se focalizan en analizar las respuestas que aportan los estudiantes al solucionar una prueba de geometría. Los resultados de la investigación señalan que, para solucionar un problema geométrico presentado gráficamente con superposición entre figuras, el estudiante requiere el uso de acciones cognitivas más complejas para solucionarlo.

Estos estudios indagan acerca del papel que juegan las estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas. En ellos se evidencia que los estudiantes poseen dificultades cuando se enfrentan a un problema matemático y que es necesario que adquieran estrategias de tipo ambiental y cognitivo para superar sus dificultades. A manera de síntesis, esta revisión bibliográfica evidencia que la resolución de problemas es una buena estrategia de enseñanza, sin embargo, en la práctica docente es simplemente usada como aplicación de un concepto enseñado y aún son escasas las investigaciones que aborden la solución de problemas como método de enseñanza de diversos conceptos asociados con el Pensamiento Espacial.

Resultados de la Prueba piloto. Para la recolección de datos se diseñó una prueba de conocimiento compuesta por ocho problemas (que en adelante llamaremos ítems), los cuales fueron cuidadosamente seleccionados con el fin de evaluar las posibles dificultades en la resolución de problemas de área de figuras planas. Los ítems están organizados de menor a mayor complejidad procedimental a medida que avanza en la resolución de los mismos. Cada uno consta de cuatro opciones de respuesta, donde sólo una es correcta y las otras tres corresponden a posibles resultados que se podrían esperar a partir de la solución incorrecta del problema. Se pidió al estudiante que seleccionara la que a su juicio era verdadera y justificara la elección; además, cabe resaltar que cada una de las opciones de respuesta incorrecta evidencia una dificultad del estudiante, lo que permitió a los investigadores identificar el error cometido. Por medio de la siguiente tabla se identifica la intención de cada uno de los ítems:

Tabla V. Descripción de ítems de la prueba aplicada

No. ítem	Descripción
1	Su objetivo es determinar el conocimiento que tiene el estudiante acerca de los elementos y propiedades de un cuadrado y su capacidad para resolver un problema haciendo uso de ello.
2	Pretende identificar las habilidades del estudiante para discernir los elementos visuales de dos figuras con características iguales pero medidas diferentes.
3	Su intención es comparar la cantidad de área que tienen dos regiones que se encuentran incluidas en una misma figura.
4	Con este problema se espera poder identificar las estrategias visuales de configuración y reconfiguración de figuras que posee un estudiante.
5	Su propósito es identificar si el estudiante es capaz de usar el concepto de área para dar solución a un problema propuesto, donde el área no es la meta, sino que es un dato proporcionado que se debe usar para solucionar el problema usando el conteo de unidades de medida de área presentes en la figura.
6	Identificar las habilidades y destrezas que tiene el estudiante para resolver un problema de área de regiones sombreadas.
7	Se propone determinar los conocimientos previos que tiene el estudiante en cuanto a las fórmulas de área.
8	Se sabe que la fórmula del área de un rectángulo es el producto de su base y su altura, en este sentido, este problema busca que el estudiante realice el proceso contrario, es decir, que use la medida del área que se le proporciona para hallar la medida de uno de sus lados.

Los ocho problemas se categorizaron de acuerdo a la posible forma de resolución, de donde se consideraron cuatro posibles categorías que se describen a continuación para luego comentar los resultados obtenidos.

Categoría 1. Estimación: hace alusión a los problemas cuya resolución se puede llevar a cabo observando la figura y aproximando su cantidad de área.

Tabla VI. Respuestas de los estudiantes de la categoría Estimación

Problema	1	2
Respuestas correctas	5 (83%)	3 (50%)
Respuestas incorrectas	1 (17%)	3 (50%)

La categoría Estimación comprende los dos primeros problemas, los cuales tienen como factor común el cálculo de área de una región sombreada y los gráficos correspondientes se presentan en la Figura 1.

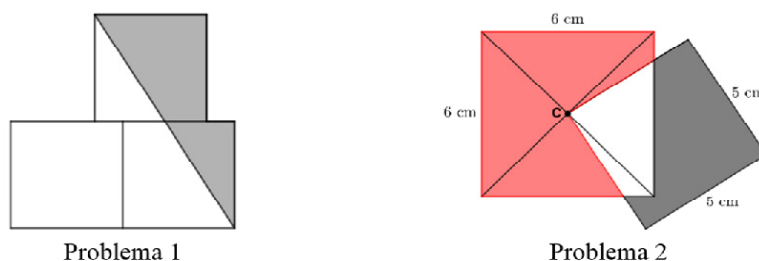


Figura 1. Problemas asociados a la categoría Estimación

En la solución de estos problemas hubo un acierto de 83% y 50% respectivamente. A partir de lo realizado por los estudiantes, se puede resaltar que reconocen algunas características asociadas a un cuadrado tales como la longitud de sus lados, información a partir de la cual les permite calcular el área. Esta situación es la misma que propicia el error en el problema 2, pues a diferencia del problema 1, la figura presentada consta de dos cuadrados con diferentes dimensiones por lo que afecta el cálculo del área, situación que los hace dudar al momento de aproximar su medida de área.

Categoría 2. Comparación: en la cual se ubican dos problemas que exigen comparar las áreas de regiones presentadas en una misma figura.

Tabla VII. Respuestas de los estudiantes de la categoría Comparación

Problema	3	4
Respuestas correctas	4 (67%)	4 (67%)
Respuestas incorrectas	2 (33%)	2 (33%)

Los gráficos correspondientes a los problemas de esta categoría se presentan en la Figura 2. En el problema 3 se requiere comparar las regiones de color blanco y negro para determinar qué región ocupa más espacio, mientras que en el problema 4 se pretende comparar regiones para reconfigurar la figura presentada.



Figura 2. Problemas asociados a la categoría Comparación

En los dos problemas concernientes a esta categoría, se obtuvo un acierto del 67%. En cuanto a los errores se observa que en el problema 3 se presentó dificultad en identificar el objetivo perseguido, el cual era el comparar las regiones asociadas a cada color. Entre tanto, en el problema 4 los estudiantes lograron hacer correctamente la reconfiguración de la figura, pero consideraron que el problema se solucionaba encontrando el perímetro, en lugar de su área, lo que evidencia una confusión entre los dos conceptos, dificultad que es muy recurrente en estudiantes, tal y como lo afirman investigaciones como las de [45]-[46].

Categoría 3. Conteo: los cuales se caracterizan por el conteo de unidades o patrones de medida presentes en una figura

Tabla VIII. Respuestas de los estudiantes de la categoría Conteo

Problema	5	6
Respuestas correctas	0 (0%)	4 (67%)
Respuestas incorrectas	6 (100%)	2 (33%)

A continuación, se presenta la figura del problema 5 el cual consiste en calcular la medida de lado de la cuadrícula que se ha trazado, teniendo como dato la medida de área que ocupa el robot. Por su parte, el problema 6 requería calcular el área de la parte sombreada.

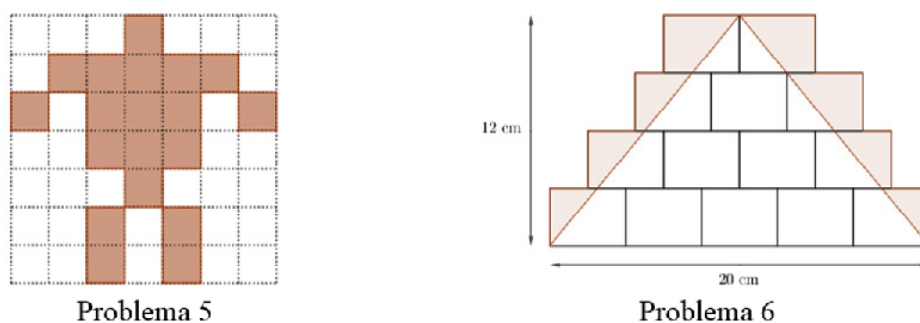


Figura 3. Problemas asociados a la categoría Conteo

En esta categoría denominada Conteo se observó que en el problema 5 los estudiantes identifican que deben determinar el área ocupada por la figura del robot, a lo cual

inician su proceso calculando la medida del lado de la cuadrícula, luego recurren al uso de operaciones aritméticas, pero no finalizan estos cálculos, puesto que se quedan con

valores parciales que fueron surgiendo en el camino, lo que llevó a que todos se equivocaran. En el sexto problema, correspondiente a la misma categoría, se evidencia un acierto del 67% y en el caso de los estudiantes que no acertaron se debió a que calcularon el área de la región triangular, en lugar de la región sombreada que se solicitó.

Categoría 4. Uso de fórmulas: se ubican los problemas en los cuales se hace necesario usar las fórmulas para llevar a cabo un proceso de solución matemáticamente correcto.

Tabla IX. Respuestas de los estudiantes de la categoría Uso de fórmulas

Problema	7	8
Respuestas correctas	0 (0%)	6 (100%)
Respuestas incorrectas	6 (100%)	0 (0%)

A continuación, se observan las figuras correspondientes a los problemas 7 y 8. Cada uno de ellos propone intenciones diferentes, por ejemplo, para el problema 7 debían calcular el área del triángulo AEF, mientras que en el problema 8 se solicitaba que calcularan la medida del segmento CD.

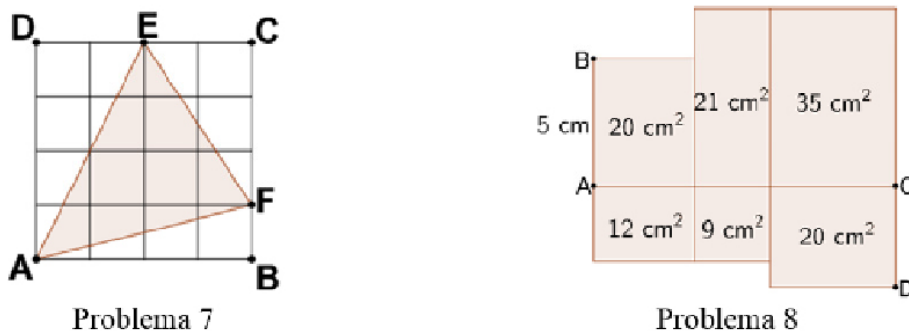


Figura 4. Problemas asociados a la categoría Uso de fórmulas

Se evidencia dificultad en la totalidad de estudiantes frente al uso de fórmulas por lo que llegan a respuestas incorrectas, por ejemplo, en sus procedimientos intentaron encontrar la medida de los lados del triángulo AEF de manera intuitiva, y su intención fue aplicar la fórmula del área de un triángulo sin éxito. Ahora bien, a pesar de que en el octavo problema todos respondieron correctamente, no llegaron a ella usando fórmulas, sino que su solución se basó netamente en el aspecto visual, argumentando que para resolver sólo basta con comparar las medidas de los lados de la figura y buscar la opción de respuesta más acorde. Esto indica que, aunque los estudiantes conocen las expresiones algebraicas para calcular el área de estas

figuras, no tienen la destreza para usarlas en la solución de situaciones en contexto, recurriendo al ensayo y error como método de aproximación a la respuesta.

Conclusiones

Tras la revisión de antecedentes y posterior definición de categoría de clasificación, se pudo identificar que buena parte de las investigaciones se centran en los estudiantes y sus dificultades de aprendizaje, luego le siguen los trabajos que ponen al docente y su ejercicio pedagógico como el centro del proceso de indagación; muy pocos trabajos se focalizan en la organización del currículo escolar pues pareciera que se tiene como una

categoría que se escapa a la actividad docente puesto que siempre se le define como un plan a seguir de estricto cumplimiento. Algunos trabajos han considerado la resolución de problemas como una estrategia didáctica, pero se evidenció que aún existen muchas falencias en su proceso de implementación, razón por la cual se hace un procedimiento poco utilizado.

Las respuestas que aportaron los estudiantes, permiten ver que centran la atención en los aspectos visuales, es decir, reconocen las figuras geométricas por su forma, identifican la medida de sus lados y determinan cuáles objetos de la cotidianidad se pueden representar matemáticamente usando figuras geométricas, todo esto les permite hacer un planteamiento del problema, sin embargo, no llegan a un nivel avanzado de visualización pues cuando se enfrentan a figuras compuestas por otras figuras las siguen considerando como un todo excluyendo las partes que la conforman. Adicionalmente, no relacionan otros elementos de la figura como son las relaciones de sus ángulos, la relación de sus lados y la similitud que puede existir con otras figuras con las que comparten características (por ejemplo, cuadrado y rectángulo).

Aproximadamente el 80% de los estudiantes participantes afirman conocer las fórmulas para calcular el área, pero presentan dificultades al usarlas en la resolución de problemas. Esto deja ver que su dificultad en este caso no es por desconocimiento de las fórmulas, sino que se debe a la mala interpretación del concepto de área y del proceso reversible a partir del cual conociendo el área y la fórmula se debe obtener las dimensiones de sus lados. De igual manera, se identificó un manejo deficiente de las propiedades del área tales como la suma, la unión y la conservación de áreas.

Se evidenció que alrededor del 33% de los

estudiantes confunde los conceptos de área y perímetro, el cual es un error recurrente reportado en diferentes investigaciones. Si bien este error no se aborda a profundidad en esta investigación, es común y constituye un factor potencial de investigación para profesionales que se interesen en profundizar en esta relación.

Los resultados de este artículo, constituyen la fase inicial una investigación que pretende identificar las dificultades de aprendizaje que tienen los estudiantes acerca del concepto de área de figuras planas y a partir de ello diseñar y evaluar una propuesta de enseñanza que ayude a superar dichas dificultades. Estos resultados, si bien iniciales, ponen en evidencia las falencias de los estudiantes en cuanto a la habilidad de resolución de problemas, tales como la debilidad lectoescritora del resolutor que impide identificar y/o entender lo que solicita el problema, errores en la ejecución del proceso tales como un orden erróneo que no sigue un pensamiento lógico, la falta de conocimientos previos por parte del estudiante que impide el adecuado proceso de solución y dificultades en el cambio de registro de representación.

Referencias

- [1] Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Mineducación, 2006
- [2] C. H. Sánchez, “La Historia como Recurso Didáctico: El Caso de los Elementos de Euclides”, *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, no. 32, pp.71-92, julio 2012
- [3] F. M. Jurado, R. A. Londoño, “Diseño de una Entrevista Socrática para la Construcción del Concepto de Suma de una Serie Vía Áreas de Figuras Planas”,

- Tesis de maestría, Universidad de Antioquia, 2005
- [4] V. Romero, “Análisis de Problemas Geométricos de Áreas de Figuras Planas, desde una Perspectiva Semiótica, en Textos Escolares de Grado Séptimo”, Tesis de pregrado, Universidad del Valle, 2017
- [5] S. Caviedes, G. De Gamboa, E. Badillo, “Procedimientos Utilizados por Estudiantes de 13-14 Años en la Resolución de Tareas que Involucran el Área de Figuras Planas”, *Bolema*, vol. 34, no. 68, pp. 1015-1035, septiembre 2020.
- [6] J. D. Godino, C. Batanero, R. Roa, Medida de Magnitudes y su Didáctica para Maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Madrid: Universidad de Granada, 2002
- [7] R. Prada, C. A. Hernández, L. A. Jaimes, “Representación Semiótica de la Noción de Función: Concepciones de los Estudiantes que Transitan del Colegio a la Universidad”, *Panorama*, vol. 11, no. 20, pp. 33-44, noviembre 2017
- [8] J. D. Godino, M. R. Wilhelmi, T. F. Blanco, A. C. De la Fuente, M. B. Giacomone, “Análisis de la Actividad Matemática Mediante Dos Herramientas Teóricas: Registros de Representación Semiótica y Configuración Ontosemiótica”, *Avances de investigación en educación matemática*, no. 10, pp. 91-110, julio 2016
- [9] M. F. Arenas, “Propuesta Didáctica para la Enseñanza de Áreas y Perímetros en Figuras Planas”, Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, 2012
- [10] R. A. González, “La Construcción del Concepto de Área de Figuras Planas en un Aula Inclusiva de Grado Décimo”, Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, 2016
- [11] G. Cabañas, R. Cantoral, “Representación de los Conceptos de Área e Integral Definida en la Didáctica”, Memoria de la XII Escuela de Invierno en Matemática Educativa (Ciudad Madero) pp. 314-326, Red Cimates, 2009
- [12] D. Olivares, I. Segovia, J. L. Lupiáñez, “Roles de la Resolución de Problemas en el Currículo Oficial”, *Avances de Investigación En Educación Matemática*, vol. 18, pp. 41-54, 2020
- [13] G. Chavarría-Arroyo, V. Albanese, “Problemas Matemáticos en el Caso de un Currículo: Análisis con Base en el Contexto y en la Contextualización”, *Avances de Investigación En Educación Matemática*, no. 19, pp. 39-54, mayo 2021
- [14] A. Andrade, A. Lotero, E. A. Andrade, “La Hipótesis de los Cuadros de Significado en la Solución de Problemas Matemáticos”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 20, no. 1, pp. 39-70, marzo 2017
- [15] P. Pérez-Tyteca, J. Monje, “Taller de Resolución de Problemas para Prevenir la Ansiedad Matemática en los Futuros Maestros de Educación Infantil”, *Edma 0-6: Educación Matemática en La Infancia*, vol. 6, no. 2, pp. 14-27, diciembre 2017
- [16] G. D. Arboleda, “Propuesta de Enseñanza Aprendizaje de la Geometría de las Figuras Planas en Básica Primaria”, Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, 2015
- [17] C. M. García, D. E. Agualimpia, “El

- Proceso de Enseñanza y Aprendizaje del Concepto de Área de Figuras Planas: Un Estudio desde la Teoría Modos de Pensamiento”, Tesis de maestría, Universidad de Medellín, 2018
- [18] A. N. Arismendi, J. Franco, E. P. Urrego, “Enseñanza y Aprendizaje de la Noción de Área para Figuras Planas en Quinto de Primaria: Un Estudio desde los Modos de Pensamiento”, Tesis de maestría, Universidad de Medellín, 2018
- [19] A. Sierpinska. On Some Aspects of Student’s thining in Linear Algebra En J. L. Dorier (Eds), *The Teaching of Linear Algebra. In Question* (pp. 209-246). Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000
- [20] E. M. Agudelo, “Propuesta para la Enseñanza del Concepto de Área de Figuras Planas mediante el Planteamiento y Solución de Situaciones Problema Usando Material Didáctico Concreto y Virtual”, tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, 202.
- [21] J. L. Piñeiro, E. Castro-Rodríguez, E. Castro, “Concepciones y Creencias de Profesores de Primaria sobre Problemas Matemáticos, su Resolución y Enseñanza”, *Avances de Investigación en Educación Matemática*, vol. 16, pp. 57-72, marzo 2019
- [22] J. Furner, B. Berman, “Confidence in their Ability to do Mathematics: The Need to Eradicate Math Anxiety so our Future Students can Successfully Compete in a High-Tech Globally Competitive World”, *Dimensions in Mathematics*, vol. 18, no. 1, pp. 28-31, 2004
- [23] H. D. Echevarría. Los Diseños de Investigación Cuantitativa en Psicología y Educación. Río Cuarto: UniRío Editora, 2016
- [24] F. G. Arias. El Proyecto de Investigación. Introducción a la Metodología Científica. Río Cuarto: Caracas: Editorial Episteme, 2012
- [25] L. J. Blanco, J. Pino. ¿Qué Entendemos por Problema de Matemática? En L. J. Blanco y J. Pino (Eds), *La Resolución de Problemas de Matemáticas en la Formación Inicial de Profesores de Primaria* (pp. 23-38). Cáceres, España: Universidad de Extremadura, 2015
- [26] H. Freudenthal. Revisiting Mathematics Education. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002
- [27] F. Clemente, S. Llinares, “Formas de Discurso y Razonamiento Configural de Estudiantes para Maestro en la Resolución de Problemas de Geometría”, *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, vol. 33, no. 1, pp. 9-27, marzo 2015
- [28] K. Scheiter, P. Gerjets, J. Schuh, “The Acquisition of Problem - Solving Skills in Mathematics: How Animations can aid Uderstanding of Structural Problem Features and Solution Procedures”, *Instructional Science*, vol. 38, pp. 487-502, September 2010
- [29] A. Baroody, Y. Feil, A. R. Johnson., “An Alternative Reconceptualization of Procedural and Conceptual Knowledge”, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 38, no. 2, pp. 115-131, mar 2007
- [30] A. Baroody, Y. Feil, A. R. Johnson, “Middle School Children's Problem-Solving Behavior: A Cognitive Analysis from a Reading Comprehension Perspective”, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 35, no. 3,

- pp. 187-219, may 2004
- [31] L. Verschaffel, E. De Corte, S. Lasure, “Realistic Considerations in Mathematical Modeling of School Arithmetic Word Problems”, *Learning and Instruction*, vol. 4, no. 4, pp. 273-294, 1994
- [32] K. Newstead, “Aspects of Children’s Mathematics Anxiety”, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 36, pp. 53-71, june 1998
- [33] G. Pita, M. Añino, E. Ravera, A. Miyara, G. Merino, L. Escher, “Enseñar Matemática a través de Problemas Abiertos: Un Desafío para los Docentes” in XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, (Recife), pp. 1-11, Universidad de Pernambuco, 2011
- [34] F. K. Lester, J. Cai. Can Mathematical Problem Solving be Taught? Preliminary Answers from 30 years of Research. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and Perspectives* (pp. 117-135). Cham: Springer, 2016
- [35] J. W. Son, M. Y. Lee. “Preservice Teachers’ Conception of Effective Problem-Solving Instruction and their Problem Solving” in Proceedings of the 38th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Tucson), pp 829-836, The University of Arizona, 2016
- [36] A. Mallart, J. Deulofeu, “Estudio de Indicadores de Creatividad Matemática en la Resolución de Problemas”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 20, no. 2, pp. 193-222, julio 2017
- [37] P.A. Peña, “Etnomatemáticas y Currículo: Una Relación Necesaria”, *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de La Educación Matemática*, vol. 7, no. 2, pp. 170-180, junio 2017
- [38] K. Stacey, “The Place of Problem Solving in Contemporary Mathematics Curriculum Documents”, *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 24, no. 3-4, pp. 341-350, jul 2005
- [39] J. L. Piñeiro, E. Castro-Rodríguez y E. Castro, “Resultados PISA y Resolución de Problemas Matemáticos en los Currículos de Educación Primaria”, *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, vol. 5, no. 2, pp. 50-64, junio 2016
- [40] Gobierno Vasco, “Currículo de la Educación Básica (Currículo de carácter orientados que completa el Anexo II del Decreto 236/2015)”, 2016. [En Línea]. https://www.euskadi.eus/contenidos/informacion/inn_heziberri_dec_curriculares/es_def/adjuntos/EB_curriculo_completo.pdf
- [41] M. Puteh, M. Ibrahim, “The Usage of Self - Regulated Learning Strategies Among form four Students in the Mathematical Problem - Solving Context: a Case Study”, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 8, pp. 446-452, 2010
- [42] M. De Guzmán. *El Rincón de la Pizarra*. Madrid: Pirámide, 1996
- [43] K. Pérez, J. E. Hernández, “La Elaboración de Preguntas en la Enseñanza de la Comprensión de Problemas Matemáticos”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 20, no. 2, pp. 223-248, abril 2017

- [44] A. Saorin, G. Torregrosa y H. Quesada, “Razonamiento Configural y Organización Discursiva en Procesos de Prueba en Contexto Geométrico”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 22, no. 2, pp. 213-244, julio 2019
- [45] C. Huertas, “Área de figuras plana”, *Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas*, no. 21, pp. 1-10, agosto 2009
- [46] A. F. Olaya, J. E. Parra, J. D. Cruz, M. J. Villamil, S. E. Sánchez, “Una Propuesta de Enseñanza del Área y Perímetro para Estudiantes de 4° en un Contexto Rural”, *Revista Científica*, vol. 2, pp. 538–542, octubre 2013